

LA THÉORIE FINANCIÈRE DANS LES MANUELS RÉCENTS

PIERRE-MARIE LARNAC,

SERVICE DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES ET FINANCIÈRES, CDC

Les parutions, à un rythme soutenu au cours des années récentes d'une série de manuels avancés d'un type nouveau (1, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 20, 21, 27) semblent marquer la constitution en domaine relativement autonome d'une « économie financière théorique » dont l'existence ne peut que susciter l'intérêt bienveillant des lecteurs de cette revue. Si le phénomène ne se manifeste pas avec une parfaite clarté, c'est peut-être tout simplement à cause d'une grande dispersion dans le choix des titres. Un seul de ces livres (*Huang-Litzenberger*, 10) se présente de façon parfaitement explicite, alors que ses plus proches substituts se réclament de la décision financière (*Ingersoll*, 11), des marchés de titres (*Duffie*, 7) ou de l'évaluation des actifs financiers (*Dothan*, 6) mais en adoptant tous des démarches très voisines.

209

À des degrés variés, tous ces livres empruntent explicitement les voies de l'analyse micro-économique moderne. Cependant, ils continuent à traiter en détail certains sujets traditionnels de la « finance » (vocabulaire américain plutôt que traduction française), ces sujets étant en général ceux qui sont les plus proches des préoccupations des économistes et qui leur sont les plus familiers.

Un certain recul dans le temps permettant d'effectuer, de façon à coup sûr provisoire et subjective, une synthèse, les livres ne seront passés en revue individuellement qu'après qu'elle ait été esquissée. Chacun d'eux ne sera ensuite examiné que du point de vue de sa contribution à l'ensemble et de l'intérêt des développements qu'il offre sur certains aspects particuliers.

Les éléments d'une synthèse

Ce qui installe l'économie financière au cœur de l'analyse économique fondamentale, c'est la place centrale qu'y occupe le concept d'équilibre micro-économique général avec incertitude, dégagé d'emblée dans toute sa

pureté et sa fécondité, dès les années cinquante, par K.J. Arrow (2) et G. Debreu (*chapitre 7 de 4*).

A partir de là se développent avec une belle symétrie, d'une part une démarche « financière », partant de l'équilibre supposé réalisé et tirant toutes les conséquences de sa caractérisation en termes d'absence (de possibilité) d'arbitrage (profitable) et d'autre part une démarche « économique » explicitant les conditions (équations) d'équilibre, c'est-à-dire les égalités offre-demande mais aussi et surtout les conditions d'optimisation individuelle, où figurent très classiquement les taux marginaux de substitution. Cette distinction finance-économie n'est pas une opposition. Elle ne constitue ni un partage de territoire, ni une tentative d'annexion ou de subordination de la part d'économistes voulant faire apparaître « la finance » comme une simple annexe ou une application immédiate de leur propre domaine. Il est remarquable que cela ait été très clairement posé par un ténor de la finance en 1987 dans l'« American Economic Review » (S.A. Ross, 22) alors que deux ans plus tôt, dans le « Journal of Finance », un économiste (L.H. Summers, 28) déplorait le développement de deux traditions « rivales », de deux littératures « sans point de contact ».

C'est donc en explicitant complètement le concept central d'équilibre utilisé que l'on prend conscience de l'origine commune des deux types d'analyse et de leur étroite complémentarité, et que l'on gagne en compréhension à la fois de l'un et de l'autre.

Le point de départ est la description, en termes d'états du monde, de ce qu'on pourrait appeler l'environnement général. Raisonner en dynamique exige que l'on définisse très précisément :

— ces états du monde, qui sont en fait tous les scénarios possibles entre la date initiale et l'horizon T (supposé pour le moment fini) et que l'on peut appeler de façon équivalente « événements à la date T » (*Debreu, 4*) ;

— les autres événements (aux dates intermédiaires) que l'on peut considérer comme des « réalisations de signaux ».

Ainsi se trouve définie « la structure d'information », commune à tous les agents. Elle se prête très naturellement à une représentation sous forme d'arbre et ne fait intervenir aucune « croyance » (probabilité subjective) de ces agents.

Naturellement, de multiples variantes et extensions (parfois difficiles) sont possibles : *continuum* d'états, substitution d'aléas du type « roulette » aux aléas du type « course de chevaux », horizon infini, temps continu. Cependant, le cadre d'analyse le plus simple reste le plus pédagogique.

L'économie financière théorique se distingue superficiellement des exposés canoniques de la micro-économie de l'incertain par l'accent mis sur la multiplicité des actifs financiers échangés plutôt que sur celle des biens. On en arrive systématiquement à ne prendre en compte qu'un seul bien

« physique », non stockable, naturellement pris comme numéraire, coexistant avec un foisonnement de titres en général longs (échéance T), dont chacun est simplement défini par ce qu'il rapporte comme dividendes (entendus au sens large) conditionnellement à la réalisation de chaque événement.

Plus lourd de conséquence est l'accent mis presque exclusivement sur le cas des économies d'échange, c'est-à-dire dans lesquelles les entreprises ne prennent pas de décision de production.

L'étape suivante de la description de l'économie comporte les hypothèses indissolublement liées par l'existence de prix d'équilibre des actifs et concernant :

- l'organisation des marchés de ces actifs financiers ;
- la formation des anticipations des agents.

L'hypothèse de base, qui justifie l'appellation, de plus en plus répandue, « théorie néo-classique de la finance » (*Ross 22, p. 29*) est naturellement celle de l'existence d'un système de marchés walrassiens. Plus précisément, il existe pour chaque actif (long) une suite de marchés secondaires concurrentiels, ouverts aux dates successives.

Pour ce qui concerne les anticipations, l'expression « avec anticipations rationnelles », galvaudée et devenue imprécise, décrit mal une hypothèse familière et inévitable. Il est beaucoup plus précis et évocateur de parler, en suivant Arrow (3) de prévisions conditionnelles exactes. Le principe est qu'à la date zéro, pour chaque actif, tous les participants aux marchés associent de la même manière, qui est celle qui se réalisera effectivement, à chaque événement, la valeur du prix qui se fixera alors sur le marché. Il est remarquable que les croyances des individus, qui naturellement jouent un rôle dans la détermination du système des prix d'équilibre, n'apparaissent pas explicitement dans le libellé de cette hypothèse de base.

Le concept clé qui, à partir de là, confirme l'emprise de la théorie économique est celui de système complet de marchés d'actifs financiers, abrégé en « marchés complets » ou même « marché complet ». Il est construit à partir de la célèbre extension du concept de bien économique ou cas des biens localisés et datés. Dans un premier temps, on inclut dans la description du bien (numéraire) la spécification des circonstances, c'est-à-dire de l'événement, conditionnant sa disponibilité. On peut alors définir un système complet de marchés du numéraire contingent : moyennant le paiement à la date zéro d'un prix *actualis*, on peut se faire livrer une unité de numéraire conditionnellement à la réalisation d'un événement et cela pour tous les événements possibles.

Il est commode de raffiner encore la description de l'équilibre d'un marché complet de numéraire en définissant des promesses de livraison « élémentaires » et des prix actualisés « élémentaires » (PAE). Au lieu

d'associer la date zéro et un événement futur quelconque conditionnant la livraison, on associe à un événement (possible à la date T) l'un de ceux qui peuvent lui succéder immédiatement (à la date $T + 1$). Une promesse et un prix élémentaires sont alors associés à chacun des couples ainsi formés. Il y a équivalence entre le système des prix actualisés et le système des PAE, les premiers s'obtenant évidemment en effectuant des produits en chaîne des seconds le long des chemins de l'arbre (c'est une propriété dite « de convolution »).

Lorsque sur les marchés s'échangent des actifs financiers quelconques et non pas des promesses élémentaires de livraison de numéraire contingent, on peut essayer de « synthétiser » au sens financier du terme, celles-ci à partir de ceux-là. D'un point de vue logique, les promesses de livraison apparaissent ainsi comme les premiers et les plus naturels des actifs « conditionnels », « dérivés » ou « synthétiques » généreusement fournis par la pratique financière récente. Lorsque la synthèse d'un système complet de promesses est possible à partir d'un système de marchés d'actifs financiers à l'équilibre, ce dernier est lui-même qualifié de complet.

Il ne reste qu'à essayer de caractériser directement un système complet de marchés financiers ou plus concrètement à se demander quel nombre d'actifs il doit comporter. La réponse fournie par D.M. Kreps en 1982 est d'une merveilleuse simplicité : le fait que des marchés secondaires existent dans toutes les circonstances pour les actifs longs en permet des échanges fréquents, c'est-à-dire permet la réalisation de la synthèse événement par événement, problème statique dont la solution est possible et immédiate, s'il existe au moins autant d'actifs indépendants que d'événements pouvant succéder à celui à partir duquel on se place.

Une fois « dynamiquement complété » ainsi, un système de marchés à l'équilibre comportant un nombre relativement réduit d'actifs longs (fréquemment échangés) fournit finalement un système de PAE d'équilibres implicites, qui est celui du système complet de promesses équivalent.

L'explicitation des PAE peut paraître très laborieuse mais elle constitue un investissement intellectuel très productif, car elle fournit finalement les briques élémentaires permettant de construire élégamment et solidement l'édifice théorique de l'économie financière.

Placés au centre de la description de l'équilibre avec actifs financiers, les PAE font apparaître clairement la nature des profits (actualisés) qu'ils permettent de calculer. On voit immédiatement que la complétude du système de marchés a pour corollaire une situation d'assurance parfaite des montants des profits (actualisés) des entreprises. Ceux-ci étant certains, leur maximisation apparaît comme le seul objectif concevable, car répondant forcément au vœu unanime des actionnaires, quelles que soient leurs croyances (et celles des « managers »).

La grande application, spectaculaire et instantanée, des PAE est l'évaluation par arbitrage des actifs redondants (« synthétiques », « dérivés », « conditionnels ») chère aux « financiers ». La redondance doit être entendue par rapport à un système complet de marchés d'actifs de base et le détour :

prix d'équilibre des actifs de base → PAE → formule d'évaluation

remplace avantageusement les raisonnements « financiers » habituels en termes de portefeuille d'arbitrage sans cesse réajusté. Le calcul, à partir des prix de ses composantes élémentaires, de la valeur actualisée du cocktail de promesses constituant l'actif à évaluer est une opération instantanée.

Un intéressant avatar de ce procédé de calcul est le joli concept de « martingale d'évaluation ». Il ne s'agit que de renormer le système des PAE en divisant chacun d'eux par leur somme (étendue à l'ensemble des événements pouvant succéder immédiatement à celui d'où l'on part). Les résultats obtenus, compris entre 0 et 1, sont interprétés comme des probabilités et les seconds membres des formules d'évaluation deviennent des espérances mathématiques de gains futurs actualisés. Aux « économistes », qui comprennent que les probabilités ainsi introduites (les *risk neutral probabilities* ou *risk adjusted probabilities* des financiers) sont complètement artificielles et n'ont en elles-mêmes aucune interprétation intéressante, cette présentation n'apporte rien, sinon des possibilités de confusion, soit avec une véritable hypothèse de neutralité des individus à l'égard du risque, soit avec des propriétés de « marche au hasard », qui seraient liées à l'efficacité « informationnelle » des marchés, inhérente à ce type de modélisation.

213

En revanche, et c'est là la seconde grande application pratique, l'utilisation des PAE pour le calcul des prix et des rendements des créances à revenus fixes constitue une autre simplification spectaculaire. En relèvent les calculs de taux d'actualisation, de prix des « zéro-coupons », de structure des taux, de primes de liquidité et de risque.

Ce sont toutes ces considérations qui ont rendu nécessaire que le concept de marchés complets soit enfin largement vulgarisé, comme en témoigne par exemple Flood (9).

Le rebondissement attendu est celui, dramatique, que provoque une incomplétude des marchés. On peut encore définir un équilibre avec prévisions conditionnelles exactes, mais les PAE ne peuvent plus y être associés et un nouvel actif financier, ajouté à la gamme de ceux qui existent déjà, n'étant plus redondant, ne peut plus être instantanément évalué « par arbitrage », même si naturellement l'équilibre peut toujours être caractérisé par l'absence de possibilité d'arbitrage profitable. On ne peut plus éviter de

descendre au cœur de la machinerie qui fournit l'équilibre.

Depuis qu'ils savent tracer des courbes d'indifférence et des droites de budget, les économistes savent caractériser « l'équilibre du consommateur individuel » par des conditions d'égalité entre taux marginaux de substitution et rapports de prix d'équilibre. Nous écrirons plutôt, pour chaque couple de bien, l'égalité

$$\text{TMS} \times (\text{inverse du rapport des prix}) = 1$$

Depuis Arrow et Debreu, l'extension au cas dynamique-incertain-actifs financiers se fait naturellement et fournit des conditions analogues qui, pour chaque individu, chaque actif et chaque événement, s'écrivent :

$$E_i [\text{TMS} \times (\text{rendement de l'actif } j)] = 1$$

E_i est le symbole de l'espérance mathématique calculée à partir des croyances de l'individu i , placé en un événement de t et envisageant ce qui peut arriver immédiatement après à sa consommation de bien et au rendement de l'actif j .

214 Chaque substitution est considérée entre des unités marginales de bien consommées par i , d'une part à l'événement où il se trouve placé (dénominateur du TMS), d'autre part à l'un des événements pouvant lui succéder à $t + 1$ (numérateur du TMS). Le TMS est aléatoire car son numérateur l'est.

Le rendement aléatoire de l'actif financier est défini, conformément à tous les usages, en incluant dividendes et plus-values.

Assez curieusement, cette condition générale, mais au fond assez banale et facile à interpréter, est souvent baptisée pompeusement et de façon inutilement savante, « équation d'Euler (stochastique) ». Il faut voir là l'influence de R.E. Lucas (18) et (26) et T.S. Sargent (22) obsédés par les méthodes « récursives ».

Il est fondamental de souligner que tout repose à partir d'ici sur une hypothèse simplificatrice extrême : la séparabilité (additivité par rapport au temps) d'utilités individuelles de von Neumann indépendantes des états du monde.

Une opposition très marquée semble donc se dessiner entre d'une part les marchés complets et leurs systèmes de PAE et d'autre part les marchés incomplets et leurs systèmes d'équations d'Euler. En réalité deux passages existent entre ces univers : le concept de Prix Actualisés Personnels Implicites (PAPI) dans un sens, le raisonnement en termes d'individu représentatif dans l'autre.

Dans une économie dont les marchés financiers incomplets sont en

équilibre et pour un individu i donné, on définit le système des PAPI comme le système de PAE d'équilibre qui, pour la même économie « réelle » supposée dotée d'un système complet, conduirait au même équilibre individuel pour i , c'est-à-dire aux mêmes quantités consommées de biens contingents que dans l'économie de départ, dotée du système incomplet. Il y a en général autant de systèmes de PAPI distincts que d'individus dans l'économie, d'où le qualificatif « personnels ».

L'importance des PAPI, bien mise en évidence par M. King (*chapitre 5 de 14*) réside en ce qu'ils permettent :

- de caractériser un système complet par l'identité des systèmes de PAPI de tous les individus ;
- de mieux comprendre pourquoi et comment l'incomplétude a pour conséquence de rendre aléatoires les profits futurs des entreprises.

Ce dernier point est le départ des travaux, maintenant un peu passés de mode, sur la décision de l'entreprise en présence de marchés financiers (incomplets) et sur l'unanimité des actionnaires. Il éclaire aussi, à un niveau fondamental, la question des incitations à la création de nouveaux actifs financiers, non redondants (*sur ces deux thèmes, voir Satterthwaite, 24*).

La remarque qu'il existe un seul système de PAPI en système complet, fournit l'explication fondamentale du succès foudroyant, en théorie financière, de l'individu représentatif. Les comparaisons, habituellement effectuées, entre des nombres d'états du monde (ou d'événements) et des nombres d'actifs indépendants) ne fournissent pas le bon critère de complétude. Ce qui importe avant tout, c'est l'unicité du système de PAPI ou mieux, du système des valeurs d'équilibre des TMS individuels. Cette unicité peut être obtenue indépendamment du nombre effectif des actifs échangés, à condition que les utilités individuelles possèdent une propriété particulière. Or cette propriété est simple, facile à interpréter et familière, c'est la linéarité de la tolérance à l'égard du risque (*linear risk tolerance, LRT*), la tolérance étant définie comme l'inverse de l'aversion absolue à l'égard du risque, si bien que l'on parle plutôt, de façon équivalente, de fonctions d'utilité HARA (*hyperbolic absolute risk aversion*).

Il s'agit tout simplement et exclusivement des fonctions d'utilité élémentaires qui se trouvent d'ores et déjà être les grandes favorites des économistes financiers : le logarithme, la quadratique, la puissance, l'exponentielle négative, auxquelles on peut ajouter la forme générale, un peu compliquée, dont elles sont les principaux cas particuliers.

Ainsi, quand tous les individus de l'économie ont des fonctions d'utilité voisines au sein d'une même sous-famille HARA, on peut rechercher l'équilibre en raisonnant sans se soucier du nombre des marchés d'actifs existant effectivement, mais en profitant du confort procuré par un système complet. Ce confort consiste en ce que, pour ce qui concerne le calcul des

prix d'équilibre (des actifs financiers), tout se passe comme si seul existait dans l'économie l'individu représentatif

- doté d'une fonction d'utilité agrégée facilement déduite de la forme générale de celles des individus de base ;
- bénéficiaire de la totalité des allocations de biens et d'actifs ;
- destinataire ou consommateur de tout ce qui est distribué comme dividende ou produit.

La possibilité d'une telle « robinsonnade » repose évidemment sur l'existence de probabilités objectives, c'est-à-dire sur le fait que tous les individus ont au départ les mêmes croyances. On a plus alors affaire qu'à un nombre réduit d'équations d'Euler : il y en a autant que d'événements et d'actifs. On peut encore gagner en simplicité en ne considérant qu'un nombre réduit d'actifs et même, à la limite, un seul, le célèbre « arbre de Lucas » dont les fruits sont le dividende.

Tout se passant comme si les marchés étaient complets, on peut même considérer que les actifs échangés sont des promesses élémentaires, et tirer les PAE d'un système d'équations d'Euler alors particulièrement simple. Le calcul des quantités d'équilibre individuelles, pour la population initiale de consommateurs, est ensuite facile à partir des prix d'équilibre.

Ce mode de raisonnement, introduit par l'article pionnier de R.E. Lucas (18) a connu une extraordinaire hégémonie. Aux applications déjà citées des PAE, en particulier en matière de taux d'intérêt, se sont ajoutés de nombreux travaux sur la volatilité des prix des actifs financiers et même sur les taux de change (avec un seul individu représentatif pour deux pays !) et en particulier leur volatilité.

216

Des exposés différents mais voisins

Allingham (1) : Sous une forme matériellement très allégée (170 pages de petit format très aérées), l'auteur se propose de construire les « éléments de l'économie financière » (sous-titre du livre). Dès sa préface il invoque les éléments d'économie pure de Walras et affirme qu'en économie financière l'arbitrage (c'est-à-dire le concept d'absence de possibilité d'arbitrage profitable) constitue une « alternative » au concept d'équilibre.

L'essentiel de ce qui concerne l'évaluation par arbitrage (ou par martingale) est exposé clairement et simplement d'abord en statique, puis en multi-période. Le lien entre les *state prices* (prix actualisés) et les prix d'équilibre associés à des décisions individuelles est illustré en annexe. L'APT est illustré numériquement et présenté comme une généralisation du CAPM, mais le final en quatre pages sur l'efficacité (informationnelle) ne fait qu'effleurer le sujet.

Dothan (6) : Ce livre couvre le même domaine que le précédent mais de

façon plus complète et à un niveau beaucoup plus avancé. Son thème de base est explicitement l'évaluation par martingale. Dans le cas multi-période discret, l'exposé très détaillé est illustré d'exemples numériques et traite brièvement des marchés incomplets. L'exposé du cas continu occupe ensuite plus de la moitié du livre. Le passage du discret au continu est progressif, introduisant le calcul de Ito de façon très pédagogique. Les prolongements plus techniques, même quand ils sont appliqués à la finance, semblent cependant réservés aux spécialistes. En économie financière théorique, la terminologie n'est certes pas encore tout à fait fixée, mais le vocabulaire employé par V. Dothan apparaît parfois comme lui étant exclusivement personnel.

Duffie (7) : Il s'agit là d'un ouvrage désormais mathématique d'une parfaite rigueur, dans la tradition de Debreu mais couvrant le domaine des « modèles stochastiques » (expression qui en constitue le sous-titre). Il est déjà unanimement reconnu comme un grand classique du genre. Toujours sur les mêmes thèmes (discret-continu, martingales, modèle de Black et Scholes), c'est là que les spécialistes sont invités à trouver les démonstrations complètes et correctes des résultats de calcul stochastique cités ailleurs. Les hasards de l'ordre alphabétique des noms d'auteurs font qu'il domine pratiquement le précédent (en étendue du champ couvert et en abstraction) comme celui-ci le faisait pour Allingham. Paradoxalement, les passages « littéraires », c'est-à-dire accessibles au lecteur non-mathématicien (introductions de chapitres, notes, énoncés d'exercices) constituent des aperçus ou même des synthèses très éclairants. Les points fondamentaux mais parfois négligés ailleurs, que sont l'individu représentatif, les équations d'Euler stochastiques ou le CCAPM sont complètement traités, éventuellement sous forme d'exercices.

217

Eatwell-Milgate Newman (8) : Bien que consacré à l'économie générale, le nouveau dictionnaire Palgrave en quatre volumes faisait la part belle à l'économie financière théorique en en faisant traiter tous les thèmes par les spécialistes les plus connus : de *arbitrage pricing theory* (par P.H. Dybvig et S.A. Ross) jusqu'à *uncertainty and general equilibrium* (R. Radner) ou *Wiener process* (A.G. Maliaris), en passant par *incomplete markets* (C. Wilson), *martingales* (A.F. Karr) et *option pricing theory* (R.C. Merton). Les articles ayant été ensuite réunis par thèmes en livres plus maniables et moins coûteux, le petit volume consacré à la finance, auquel on peut adjoindre quelques articles tirés des volumes *general equilibrium, utility and probability* et même *allocation, information and markets*, constitue un exposé complet, d'une qualité moyenne très élevée et cela malgré quelques lacunes, d'assez nombreux recouvrements et une certaine hétérogénéité des niveaux théoriques, conséquences inévitables de la multiplicité des auteurs. On peut d'ailleurs se demander ce qui restera à dire au *New Palgrave Dictionary of*

Money and Finance dont les deux volumes sont annoncés pour la fin de l'année 1992.

Huang-Litzenberger (10) : Les auteurs nous fournissent le prototype du manuel de base : à la fois introductif et complet, préférant les exemples illustratifs aux démonstrations rigoureuses et générales. Après des débuts très progressifs (utilité de von Neumann, aversion à l'égard du risque, dominance stochastique), le lecteur est finalement amené jusqu'aux asymétries d'information (à la Grossman-Stiglitz) et à l'économétrie du CAPM, sujets sur lesquels les auteurs en disent trop ou trop peu. Abstraction faite des inévitables exposés du CAPM et de l'APT, la partie centrale du livre (*chapitre 5 à 8*) est une présentation simple et pédagogiquement très efficace (en temps discret et le plus souvent en marché complet) des concepts de base : PAE évaluation par arbitrage, martingale et surtout individu représentatif.

Ingersoll (11) : Dans cet ouvrage encore plus volumineux et plus dense, on retrouve pratiquement tout ce qui est traité dans le précédent, à quoi il faut ajouter, comme on pouvait s'y attendre, un chapitre sur la structure des taux d'intérêt et des considérations sur les modèles en temps continu, avec une brève mais utile introduction au calcul différentiel stochastique. Toujours par comparaison avec le précédent, l'exposé est au premier abord moins pédagogique : les chapitres, de tailles et de niveaux théoriques très différents, ne suivent pas une progression régulière et le degré de détail des développements et des nombreux (et intéressants) exemples n'est proportionné ni à leur intérêt ni à leur difficulté. Cependant, une lecture complète, requérant une attention particulière lors des passages elliptiques, est très gratifiante car aucun point important n'est éludé, c'est le cas par exemple des fonctions HARA ou du concept de martingale. On peut enfin regretter l'absence de l'individu représentatif (les fonctions HARA n'ont que l'intérêt d'être d'un « usage très commun ») et le fait que ne sont considérés que des marchés incomplets « dynamiquement complétables ».

Jarrow (12) : Bien que clairement destinée aux financiers, la lecture de ce manuel théorique pourrait tenter les économistes. Dans sa préface l'auteur insiste sur son parti-pris de progression logique (plutôt qu'historique), de rigueur et de cohérence théorique. C'est ainsi qu'il est effectivement amené à expliciter complètement, dès le départ, le modèle d'équilibre général micro-économique d'une économie d'échange et à commencer son exposé de la finance proprement dite par l'arbitrage, l'APT précédant le CAPM. Il s'agit là d'éléments très positifs mais rien n'est dit ni des marchés incomplets (ou même complets), ni des PAE, ni des martingales, ni de l'individu représentatif.

Kast (13) : Il est peut-être prématuré de rendre compte de ce livre, alors qu'il semble devoir être plutôt complété par des fondements micro-

économiques de la théorie des marchés financiers (par R. Kast et A. Lapiéd). Seuls cinq de ses sept chapitres relèvent directement de notre propos. Laissant de côté les théories de l'évaluation des actifs financiers qui « semblent s'exclure elles-mêmes de notre champ d'intérêt en déclarant ne pas prendre en compte le comportement des agents pour expliquer le prix des actifs » (introduction, p. 4), ils se proposent de présenter « la théorie "classique" des marchés financiers ». Le point de départ (*chapitre 1 — théorie du portefeuille*) est le CAPM qui « fait intervenir tous les éléments qui posent problème en économie de l'incertain ». Tout ce qui suit cette affirmation initiale discutable concerne l'analyse du comportement individuel, décortiqué avec un grand luxe de détails et est couronné par une vingtaine de pages allusives consacrées à l'équilibre, soit en théorie des jeux, soit avec anticipations rationnelles.

Krouse (16) : Ce livre dispose d'un certain nombre d'atouts qui auraient pu en faire un excellent manuel de base en économie financière théorique : l'exposé est progressif, systématique, complet, cohérent et rigoureux ; l'essentiel est dit simplement et illustré de nombreux exemples bien choisis. Il souffre cependant de deux handicaps. Le premier est sa relative ancienneté. Écrit trop tôt, à une époque où l'orthodoxie n'était pas encore fixée, il ne pouvait pas toujours faire les bons choix de terminologie ou même de concepts de base : il n'est pas gênant de voir appeler *contingent claim prices* au lieu de *state prices* les prix actualisés (des errements plus graves se trouvent dans Dothan (6)) mais le concept d'UPS (*universal portfolio separation*) est moins profond que celui, équivalent, d'individu représentatif, la remarque *it is possible to have risk neutral valuation without individuals in the economy actually possessing risk neutral utilities* (p. 306) va maintenant de soi et on ne peut plus éviter de parler de marchés « dynamiquement complets ».

Le deuxième obstacle opposé au lecteur est l'interdépendance étroite des paragraphes et des « propositions » et surtout un système très lourd de formalisations et de notations rébarbatives, conduisant, par exemple, à intituler un paragraphe : « $KFS\theta^0(Z)$: Restriction ou Z » ou abuser des sigles. Malgré cela, et dans la mesure où il est possible d'accéder à chacune d'elles directement, un certain nombre de mises au point sont très éclairantes, par exemple sur l'unanimité, les fonctions d'utilité LRT ou les rendements lognormaux.

Laffont (17) : Deuxième volume d'un cours (avancé) de théorie micro-économique, ce livre s'adresse exclusivement aux économies qui possèdent « une bonne compréhension » du « modèle micro-économique de base ». Sans jamais sacrifier la rigueur, il le fait à un niveau de formalisation qui reste accessible. Le champ finalement couvert en 200 pages (complétées par une série de 13 exercices corrigés occupant le tiers du volume) est très vaste. A

partir des bases indispensables (utilité de von Neumann, aversion à l'égard du risque, structures d'information) on est finalement amené au cœur des problèmes que posent les asymétries d'information. Cela s'effectue par une suite de chapitres largement indépendants mais consacrés essentiellement à des modélisations statiques. Si l'on fait la part de l'intérêt porté par l'auteur aux aspects normatifs, il semble ne rester que peu de place pour l'économie financière de base. En fait, trois chapitres, respectivement consacrés à la théorie des marchés contingents, aux équilibres à anticipations exactes (appelés « à anticipations rationnelles » dans l'édition précédente) et à la Bourse des valeurs, offrent en 50 pages un résumé très dense et très clair de la théorie financière statique, ne sacrifiant ni les marchés incomplets ni le théorème de Modigliani-Miller et offrant en prime un exposé merveilleusement désinvolte du CAPM en 3 pages très aérées. De plus, « l'analyse de portefeuille » d'une part, les marchés incomplets de l'autre, sont l'objet de problèmes corrigés très pédagogiques.

Merton (19) : Le Grand Maître de la finance en temps continu n'a pas besoin de présentation, mais inclure, dans un ensemble, de manuels d'économie financière, un recueil de ses principaux papiers publiés et de quelques inédits importants, peut sembler étrange. En réalité le titre *Continuous-Time Finance* est inutilement rébarbatif et même en partie trompeur car il recouvre en particulier :

— un exposé de base de la théorie statique : le chapitre *Introduction to Portfolio Selection and Capital Market Theory : Static Analysis* déjà paru dans *Handbook of Monetary Economics* (1990) ;

— des considérations de base en temps discret, par exemple le *risk-neutral pricing* de Cox-Ross (§ 10.2., pp. 334, sqq) ;

— des exposés fondamentaux dont la portée dépasse largement l'outil de modélisation adopté (temps discret ou temps continu). C'est principalement le cas de la technique de Cox-Huang en matière de consommation optimale-choix de portefeuille (*chap. 6*) ou du chapitre 16, inédit *A Complete-Markets General Equilibrium Theory of Finance in Continuous Time* ;

— un traitement relativement élémentaire (*chapitre 3*) des outils mathématiques et des hypothèses économiques de base en temps continu.

Ces morceaux consistants, extraits d'un monument de 700 pages, et auxquels, comme le cas de Duffie (7), on doit adjoindre les aperçus constitués par des passages non techniques dispersés, constituent, à un niveau avancé, un excellent exposé d'ensemble de l'état de la question.

Ohlson (20) : Contrairement à ce que pourrait laisser attendre son titre, cette « synthèse » ne comporte aucune allusion aux asymétries d'information, ni même à ce qu'il est convenu d'appeler les équilibres « complètement réalisateurs ». Par son niveau de formalisation et son mode d'exposé, elle est

très proche de ce qu'offre Krouse (16), pour ce qui concerne en particulier les petits inconvénients : raisonnements inutilement abstraits et généraux, notations lourdes, présentation compacte, d'où les points forts ne ressortent pas, et abus des sigles (avec lesquels on finit cependant par se familiariser). Ces défauts mineurs sont largement compensés par le soin avec lequel sont systématiquement dégagés le sens et la portée de la plupart des concepts de base : PAE, PAPI, arbitrage, martingale, utilités LRT, complétude dynamique et surtout non-optimalité des marchés incomplets. Le traitement de ce dernier thème, dont la liaison avec la finesse des structures d'information est soigneusement étudiée et illustrée, est peut-être le principal intérêt du livre.

Roger (21) : Ce livre se réclame explicitement du versant « financier » du domaine. Il se propose modestement de décrire des outils mathématiques de base à l'usage d'étudiants avancés en finance. Sa table des matières est effectivement celle d'un très pédagogique manuel de mathématiques appliquées : de l'algèbre linéaire au calcul stochastique, en passant par l'optimisation non linéaire. Il s'agit cependant d'une lecture fortement conseillée aux « économistes » pour plusieurs raisons. La plus pressante est la nécessité de se familiariser, en langue française, ce qui ne gêne rien, avec les techniques avancées de modélisation à la Duffie ou à la Merton. Une intéressante gratification est constituée par l'abondance des exemples « économiques » qui viennent s'ajouter aux applications financières traditionnelles : variations des taux de change, structure des taux d'intérêt, agrégation d'information par les prix, choix consommation-épargne. Enfin, cette orientation est suffisamment profonde pour que soient invoqués des concepts de base de la micro-économie avancée : Debreu, Grossman, Mossin et Samuelson sont cités au même titre que Bachelier ou Fama.

221

Strong-Walker (27) : Dans la gamme des manuels d'économie financière, celui de N. Strong et M. Walker occupe la place réservée à l'initiation. En un peu plus de 200 pages et 8 chapitres, il réussit la performance de présenter, en termes simples et clairs, à la fois l'économie financière entendue au sens étroit et l'économie de l'information. Des anticipations rationnelles à la relation de mandat, en passant par la transmission d'information par les prix, aucun des sujets les plus importants n'est sacrifié. Chacun d'eux comporte un grand luxe d'explications et d'exemples numériques. C'est en particulier le cas des marchés incomplets, auxquels est consacré un chapitre entier, traitant successivement de l'inefficacité parétienne, de la complétude dynamique et de l'unanimité. Tout aussi remarquables sont les développements consacrés aux équilibres « révélateurs ». La qualité pédagogique des exposés pris isolément fait oublier un certain manque d'unité de l'ensemble et l'absence d'évaluation par arbitrage, de martingale, d'individu représentatif et même celles des PAPI.

Approfondissement et dépassements

L'économie financière canonique, dont une description a été tentée précédemment, a naturellement déjà suscité de nombreux prolongements plus ou moins directs et des critiques plus ou moins fondamentales. Chacun d'eux nécessiterait d'abondants développements et ce qui suit ne peut qu'être une simple énumération très partielle.

Un prolongement technique restant dans la logique de l'ensemble, mais susceptible d'accroître la souplesse des modélisations et peut-être de surmonter ainsi quelques difficultés d'application, est l'introduction de fonctions d'utilité non-séparables.

Les conséquences de l'incomplétude des marchés sont beaucoup plus dévastatrices qu'on l'imagine au premier abord. Elles revêtent deux aspects étroitement liés : l'inefficacité et la multiplicité des équilibres, qui eux-mêmes sont à l'origine du fascinant phénomène des taches solaires. Un raccourci est fourni par Laffont (17) (p. 104) : « toute source d'inefficacité telle que l'existence d'une incomplétude de marchés... rend possible, en vertu d'un principe général de second rang, des améliorations au sens de Pareto par des allocations stochastiques. Cela alors rend souvent possible l'émergence d'équilibres affectés par les taches solaires » et complété par la précision que les taches solaires, dont « le rôle et la pertinence... ne sont pas complètement élucidés », peuvent affecter les variables économiques par une coordination entre équilibres multiples. On mesure le chemin parcouru depuis la modélisation statique de Stiglitz (25) et l'étendue des nouveaux domaines de recherche qui s'ouvrent.

Le problème de la comparaison entre structures financières, du point de vue de l'efficacité, est maintenant abordé avec toute la rigueur nécessaire, dans le cas statique (cf. Demange-Laroque, 5). En dynamique, la voie royale d'introduction des incomplétudes est naturellement la prise en compte de générations imbriquées.

La critique de fond adressée à une économie financière que l'on peut d'ores et déjà qualifier de « à l'ancienne », vise le concept d'équilibre (avec prévisions conditionnelles exactes) qui en est le cœur. Il n'est en effet pas possible de « raconter une histoire » convaincante, expliquant comment les individus en viennent à associer aux événements futurs les prix exacts. La formule habituelle selon laquelle les individus anticipent rationnellement car ils « connaissent le modèle » et donc peuvent en calculer l'équilibre, ne fait pas l'affaire s'il n'existe pas de probabilités objectives. « Le modèle », formalisant le fait que des croyances différentes résultent d'informations différentes et sont révisées de façon bayésienne, ne peut que relever du cadre d'analyse des jeux à information incomplète.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Allingham M. (1), *Arbitrage-Elements of Financial Economics*, Macmillan, 1991.
- Arrow K.J. (2), « Le rôle des valeurs boursières pour la répartition la meilleure des risques », *Econométrie*, Ed. du CNRS, 1953.
- Arrow K.J. (3), « Introduction » de K.J. Arrow (ed.), *Issues in Contemporary Economics : Markets and Welfare*, Macmillan, 1991.
- Debreu G. (4), *Theory of Value*, Yale University Press, 1959. Traduction française, *Théorie de la Valeur*, Dunod.
- Demange G., Laroque G. (5), « Searching for Optimal Incomplete Markets », *Delta*, document n° 91-33, octobre 1991.
- Dothan M.U. (6), *Prices in Financial Markets*, Oxford University Press, 1990.
- Duffie D. (7), *Security Markets*, Academic Press, 1988.
- Eatwell J., Milgate M., Newman P. eds. (8), *The New Palgrave : Finance*, Macmillan, 1989.
- Flood M.D. (9), « An Introduction to Complete Markets », *Federal Reserve Bank of Saint Louis, Review*, March/April 1991.
- Huang C.F., Litzenberger R.H. (10), *Foundations for Financial Economics*, North-Holland, 1988.
- Ingersoll J.E. (11), *Theory of Financial Decision Making*, Rowman & Littlefield, 1987.
- Jarrow R.A. (12), *Finance Theory*, Prentice Hall, 1988.
- Kast R. (13), « Rationalité et marchés financiers », *Economica*, 1991.
- King M.A. (14), *Public Policy and the Corporation*, Chapman and Hall, 1977.
- Kreps D.M. (15), « Multiperiod Securities and the Efficient Allocation of Risk : A Comment on the Black-Scholes Option-Pricing Model », chap. 6 in J.J. Mc Call (ed.), *The Economics of Uncertainty and Information*, University of Chicago Press, 1982.
- Krouse C.G. (16), *Capital Markets and Prices-Valuing Uncertain Income Streams*, North-Holland, 1986.
- Laffont J.J. (17), « Economie de l'incertain et de l'information », 2^e édition, *Economica*, 1991.
- Lucas R.E. (18), « Asset Prices in an Exchange Economy », *Econometrica*, November 1978.
- Merton R.C. (19), *Continuous-Time Finance*, Basil Blackwell, 1990.
- Ohlson J.A. (20), *The Theory of Financial Markets and Information*, North-Holland, 1987.
- Roger P. (21), *Les outils de la modélisation financière*, Presses Universitaires de France, 1991.
- Ross S.A. (22), « The Interrelations of Finance and Economics : Theoretical Perspectives », *American Economic Review*, May 1987.

- Sargent T.J. (23), *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, 1987.
- Satterthwaite M.A. (24), « On the Scope of the Stockholder Unanimity Theorems », *International Economic Review*, February 1981.
- Stiglitz J.E. (25), « The inefficiency of the Stock Market Equilibrium », *Review of Economic Studies*, April 1982.
- Stokey N.L., Lucas R.E. (26), *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, 1989.
- Strong N., Walker M. (27), *Information and Capital Markets*, Basil Blackwell, 1987.
- Summers L.H. (28), « On Economics and Finance », *Journal of Finance*, July 1985.